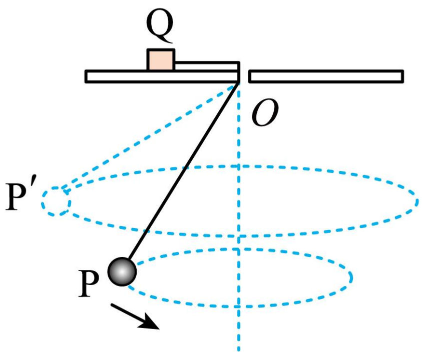
高一期末复习练：圆周运动专题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、部分选择题

1．如图所示，金属块 Q 放在带光滑小孔的水平桌面上，一根穿过小孔的细线，上端固定在 Q 上，下端拴一个小球．小球在某一水平面内做匀速圆周运动(圆锥摆)，细线与竖直方向成 $30°$角(图中 P 位置)．现使小球在更高的水平面上做匀速圆周运动.细线与竖直方高成$60°$角(图中P'位置)．两种情况下，金属块 Q 都静止在桌面上的同一点，则后一种情况与原来相比较，下面判断正确的是



A．Q 受到桌面的静摩擦力大小不变　　B．小球运动的角速度变大

C．细线所受的拉力之比为 2：1　　D．小球向心力大小之比为 3：1

【答案】BD

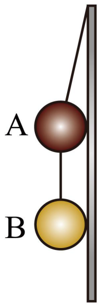
【难度】0.65

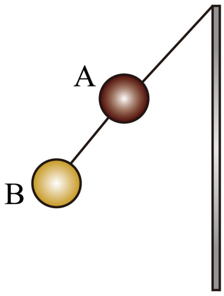
【知识点】圆锥摆问题

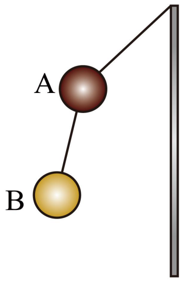
【详解】设细线与竖直方向的夹角为θ，细线的拉力大小为 T，细线的长度为 L．P 球做匀速圆周运动时，由重力和细线的拉力的合力提供向心力；则有：T=$\frac{mg}{cos\theta}$；向心力：F_n=mgtanθ=mω²Lsinθ，得角速度：$\omega=\sqrt{\frac{g}{Lcos\theta}}$，使小球改到一个更高的水平面上做匀速圆周运动时，θ增大，cosθ减小，则得到细线拉力 T 增大，角速度ω增大．对 Q 球，由平衡条件得知，Q 受到桌面的静摩擦力等于细线的拉力大小，细线拉力 T 增大，则静摩擦力变大，故 A 错误，B 正确；开始时细线的拉力：$T_1=\frac{mg}{cos30^0}=\frac{2mg}{\sqrt{3}}$，增大为 60°后的拉力：$T_2=\frac{mg}{cos60^0}=2mg$,所以：$\frac{T_2}{T_1}=\frac{\sqrt{3}}{1}$．故 C 错误；开始时小球的向心力：$Fn_1=mg\tan30°=\frac{\sqrt{3}}{3}mg$，θ增大为 60°后的向心力：$Fn_2=mg\tan60°=\sqrt{3}mg$ 所以：$\frac{F_{n\ 2}}{F_{n\ 1}}=\frac{3}{1}$，故 D 正确；故选 BD．

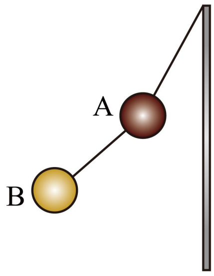
【点睛】本题中一个物体静止，一个物体做匀速圆周运动，采用隔离法，分别根据平衡条件和牛顿第二定律研究，分析受力情况是关键．

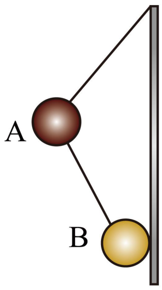
2．用两根轻绳连接两个球A和B，其中一根绳的另一端固定在一个竖直转轴上，如图所示，当两球随转轴一起匀速转动时两球所处的位置可能是图中的哪一个（　　）



A．

B．

C．

D．

【答案】C

【难度】0.65

【知识点】圆锥摆问题

【详解】设与球A相连的轻绳与竖直方向的夹角为θ，对整体分析，根据牛顿第二定律得

$Mg\tan\theta = Mr\omega^2$

解得上面细绳与竖直方向的夹角与角速度的关系为

$g\tan\theta = r\omega^2$

设与球B相连的轻绳与竖直方向的夹角为α，隔离对B球分析，可得

$mg\tan\alpha = mr'\omega^2$

解得下面细绳与竖直方向夹角与角速度的关系为

$g\tan\alpha = r'\omega^2$

A、B 两球的角速度相等，又

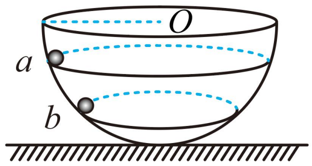
$r' > r$

则

$\alpha > \theta$

故选 C。

3．如图所示，质量分别为 m 和 $2m$的 a、b 两小球在内壁光滑的半球形碗内做圆周运动，碗的球心为 O、半径为 0.1m，Oa、Ob 与竖直方向间的夹角分别为 53°、37°，两球运动过程中，碗始终静止在水平地面上，已知 $\sin37° = 0.6$，g 取 10m/s^2。则下列说法正确的是（　　）



A．a、b 两球做圆周运动的线速度之比为 $8\sqrt{3}:9$

B．a、b 两球做圆周运动的角速度之比为 $2:\sqrt{3}$

C．a、b 两球所受支持力的大小之比为 $4:3$

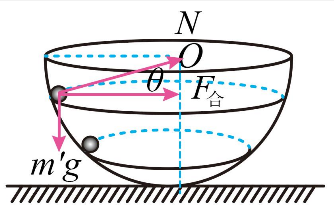
D．a、b 两球运动过程中，碗对地面始终没有摩擦力作用

【答案】AB

【难度】0.65

【知识点】圆锥摆问题

【详解】A．两球做圆周运动的向心力由重力与支持力的合力来提供，设小球与球心 O 的连线与竖直方向间的夹角为θ



根据牛顿第二定律

$$m'g\tan\theta = m'\frac{v^2}{R\sin\theta}$$

可得

$$v = \sqrt{gR\tan\theta\sin\theta}$$

则 a、b 的线速度之比为

$$\frac{v_a}{v_b}=\sqrt{\frac{\tan53°\sin53°}{\tan37°\sin37°}}=\frac{8\sqrt{3}}{9}$$

故 A 正确；

B．由

$$m^{'}g\tan\theta=m^{'}\omega^2R\sin\theta$$

可得

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{R\cos\theta}}$$

则 a、b 的角速度之比为

$$\frac{\omega_a}{\omega_b}=\sqrt{\frac{\cos37°}{\cos53°}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$$

故 B 正确；

C．由受力分析可知

$$N_a=\frac{mg}{\cos53°}$$

$$N_b=\frac{2mg}{\cos37°}$$

则 a、b 两球所受支持力的大小之比为

$$\frac{N_a}{N_b}=\frac{2}{3}$$

故 C 错误；

D．a 、b 两球运动过程中，两球对碗的压力的水平分量分别为

$$N_{ax}=mg\tan53°=\frac{4}{3}mg$$

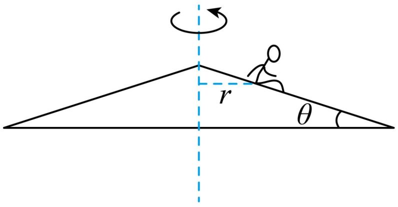
$$N_{bx}=2mg\tan37°=\frac{3}{2}mg$$

两球对碗的压力的水平分量不相等，因此地面对碗始终有摩擦力的作用，即碗对地面始终有摩擦力作用，故 D 错误。

故选 AB。

4．如图甲所示为游乐场中一种叫"魔盘"的娱乐设施，简化模型如图乙，魔盘侧面与水平面的夹角为θ。质量为 m 的游客随魔盘以角速度ω一起匀速转动，半径为 r，已知重力加速度大小为 g，则（　　）

甲



乙

A．魔盘对游客的作用力沿水平方向指向转轴

B．游客受到的支持力可能等于$mg\cos\theta$

C．若魔盘角速度缓慢增加，游客受到魔盘的支持力会缓慢减小

D．若魔盘角速度缓慢增加，质量较小的游客先发生滑动

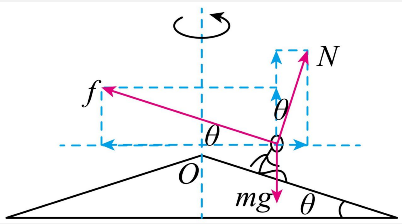
【答案】C

【难度】0.65

【知识点】有摩擦的倾斜转盘上的物体

【详解】A．游客受到重力、支持力、摩擦力三个力的作用，其中支持力和摩擦力的合力的方向不是水平方向，故 A 错误；

BC．对游客受力分析，如图所示



根据牛顿第二定律可得

$$f\cos\theta - N\sin\theta = m\omega^2 r$$

$$f\sin\theta + N\cos\theta = mg$$

可得

$$N = mg\cos\theta - m\omega^2 r\sin\theta$$

$$f = mg\sin\theta + m\omega^2 r\cos\theta$$

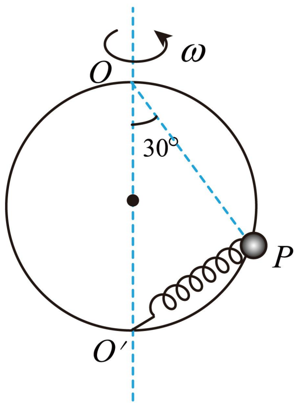
由于游客的重力保持不变，魔盘的倾斜角度不变，魔盘角速度缓慢增大，游客所需向心力增大，因此摩擦力f增大，N减小，故 B 错误，C 正确；

D．由上分析可知在魔盘运动的规律与人的质量无关，故 D 错误。

故选 C。

5．如图所示，一半径为 R 的光滑圆环处于竖直平面内，圆环上套有质量为 m 的小球，一原

长为 1.5R 的轻质弹簧一端系于球上，另一端固定于圆环最低点 O'。当圆环绕过圆心的竖直轴 OO'转动时，小球相对圆环静止在 P 点，$\angle POO' = 30°$，已知弹簧的劲度系数$k = \frac{mg}{2R}$，重力加速度为 g，则圆环转动的角速度大小为（　　）



A．$\sqrt{\frac{2g}{3R}}$　　B．$\sqrt{\frac{g}{R}}$　　C．$\sqrt{\frac{3g}{2R}}$　　D．$\sqrt{\frac{2g}{R}}$

【答案】C

【难度】0.65

【知识点】圆锥摆问题

【详解】根据几何关系可得，此时弹簧的长度为 R，弹簧处于压缩状态，则

$$N\cos30° - kx\cos30° = m\omega^2 R\cos30°$$

$$N\sin30° + kx\sin30° = mg$$

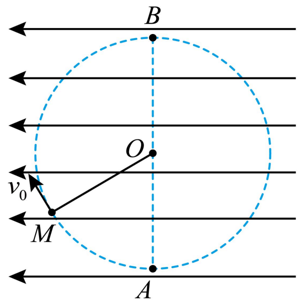
$$x = 0.5R$$

联立解得

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{2R}}$$

故选 C。

6．如图所示，在水平向左且足够大的匀强电场中，一长为 L 的绝缘细线一端固定于 O 点，另一端系着一个质量为 m、电荷量为 q 的带正电小球，小球静止在 M 点。现给小球一垂直于 OM 的初速度v_0，使其在竖直平面内绕 O 点恰好做完整的圆周运动，AB 为圆的竖直直径。已知匀强电场的场强大小为$\frac{\sqrt{3}mg}{q}$，重力加速度为 g。当小球第二次运动到 B 点时细线突然断裂，则下列说法正确的是（　　）



A．小球做完整的圆周运动时，动能的最小值为$\frac{1}{2}mgL$

B．细线断裂后，小球动能的最小值为mgL

C．从细线断裂到小球的动能与在 B 点时的动能相等的过程中，电势能增加了mgL

D．从细线断裂到小球的电势能与在B点时的电势能相等的过程中，重力势能减少了$\frac{8}{3}mgL$

【答案】D

【难度】0.65

【知识点】带电物体（计重力）在匀强电场中的圆周运动

【详解】A．小球静止在 M 点，该点就是小球的等效最低点，等效最高点在 OM 连线的反向延长线与圆周的交点上，设为M'点。等效重力为

$$mg' = \sqrt{(mg)^2 + (Eq)^2} = 2mg$$

等效重力加速度为

$$g' = 2g$$

设$\angle AOM = \theta$，等效重力加速度与竖直方向夹角的正切值为

$$\tan\theta = \frac{Eq}{mg} = \sqrt{3}$$

可知

$$\theta = 60°$$

恰好做完整的圆周运动，等效最高点M'点动能最小，且满足

$$mg' = m\frac{v^2}{L}$$

小球做完整的圆周运动时，动能的最小值为

$$E_{\mathrm{Kmin}} = \frac{1}{2}mv^2 = mgL$$

故 A 错误；

B．M'点到 B 点，由能量守恒得

$$\frac{1}{2}mv^2+mg'L(1-\cos60°)=\frac{1}{2}mv_{\mathrm{B}}{}^2$$

解得

$$v_{\mathrm{B}}=2\sqrt{gL}$$

细线断裂后小球做类斜上抛运动，速度的最小值

$$v_{\min}=v_{\mathrm{B}}\cos60°=\sqrt{gL}$$

最小动能为

$$E_{\mathrm{K}}=\frac{1}{2}mv_{\min}{}^2=\frac{1}{2}mgL$$

故 B 错误；

C．从细线断裂后，将小球的运动沿合力方向和垂直合力方向做运动的分解。沿合力方向做匀变速直线运动（类竖直上抛），设从细线断裂到小球的动能与在 B 点时的动能相等所经历的时间为 t，则

$$t=2\frac{v_{\mathrm{B}}\sin60°}{g'}=\sqrt{\frac{3L}{g}}$$

垂直合力方向做匀速直线运动，时间 t 内走过位移

$$x=v_{\mathrm{B}}\cos60°\cdot t=\sqrt{3}L$$

电场力做功

$$W_{\text{电}}=-Eqx\cos60°=-\frac{3}{2}mgL$$

根据功能关系可知，电势能增加了$\frac{3}{2}mgL$，故 C 错误；

D．小球的电势能与在 B 点时的电势能相等时，小球到达 B 点所在等势线（AB 所在的直线）。小球的运动可分解为水平分运动和竖直分运动，小球水平方向只受电场力，可得

$$a_x=\frac{Eq}{m}=\sqrt{3}g$$

水平方向做匀变速直线运动（类竖直上抛），到达与 B 点等电势能位置时，速度等大反向，水平方向运动时间为

$$t_x=\frac{2v_{\mathrm{B}}}{a_x}=4\sqrt{\frac{L}{3g}}$$

竖直方向只受重力，做自由落体运动，可得

$$a_y=g$$

从细线断裂到小球的电势能与在 B 点时的电势能相等的时候，竖直方向分位移为

$y=\frac{1}{2}a_y\cdot {t_x}^2=\frac{8}{3}L$

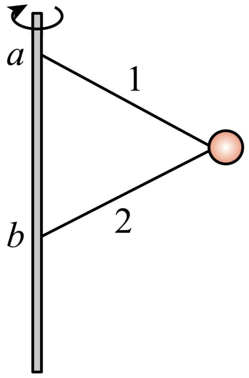
重力做功为

$W_{\mathrm{G}}=mgy=\frac{8}{3}mgL$

根据重力做功与重力势能的关系，可知重力势能减少了$\frac{8}{3}mgL$，故 D 正确。

故选 D。

7．如图所示，一质量为m的小球用两个长度均为L的轻质细绳系着，两根绳另一端分别固定在竖直转轴上的a、b两点，a、b两点之间的距离也为L，小球随竖直转轴一起在水平面内做匀速圆周运动。已知重力加速度为g，当竖直转轴以不同的角速度ω转动时，下列说法正确的是（　　）



A．若 $0<\omega<\sqrt{\frac{2g}{L}}$时，绳 1 上的张力随$\omega$的增大而减小

B．两绳均处于伸长状态时，绳 1 上的张力不随ω的变化而变化

C．两绳均处于伸长状态时，绳 1 上的张力与绳 2 上的张力差值恒定

D．当竖直转轴的角速度为 $3\sqrt{\frac{g}{L}}$时，绳 2 上的张力大小等于$\frac{7}{2}mg$

【答案】CD

【难度】0.65

【知识点】圆锥摆问题

【详解】A．根据几何关系可知，两绳都处于伸长状态时，两绳与竖直杆的夹角（锐角）均为 60°；当绳 2 刚好伸直时，有

$mg\tan60°=m\omega^2L\sin60°$

解得

$\omega=\sqrt{\frac{2g}{L}}$

故当 $0 < \omega < \sqrt{\frac{2g}{L}}$时，绳 2 松弛，绳 1 与竖直方向的夹角为$\theta$，有

$$T_1\sin\theta = m\omega^2 L\sin\theta$$

得

$$T_1 = m\omega^2 L$$

故绳 1 上的张力随ω的增大而增大，故 A 错误；

C．两绳均处于伸长状态时，竖直方向有

$$T_1\cos60° = mg + T_2\cos60°$$

可得

$$T_1 - T_2 = 2mg$$

可知绳 1 上的张力与绳 2 上的张力差值恒定，故 C 正确；

BD．水平方向有

$$T_1\sin60° + T_2\sin60° = m\omega^2 L\sin60°$$

可得

$$T_1 + T_2 = m\omega^2 L$$

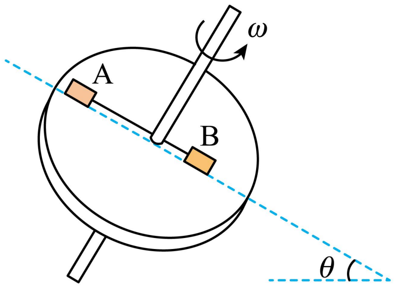
绳 1、绳 2 上的张力均随ω的增大而增大，当竖直转轴的角速度为 $3\sqrt{\frac{g}{L}}$时，代入上式联立解得

$$T_2 = \frac{7}{2}mg$$

故 B 错误，D 正确。

故选 CD。

8．如图所示，倾斜圆盘圆心处固定有与盘面垂直的细轴，盘面上沿同一直径放有质量均为 m 的 A、B 两物块（可视为质点），两物块分别用两根平行圆盘的不可伸长的轻绳与轴相连，A、B 两物块与轴的距离分别为 $3d$ 和 d，两物块与盘面的动摩擦因数μ相同，盘面与水平面夹角为θ。当圆盘以角速度ω匀速转动时，物块 A、B 始终与圆盘保持相对静止。当物块 A 转到最高点时，两根绳子拉力均为零，且 A、B 所受摩擦力均刚好等于最大静摩擦力。已知重力加速度为 g，最大静摩擦力等于滑动摩擦力。则下列说法正确的是（　　）



A． $\mu=2\tan\theta$

B． $\omega=\sqrt{\frac{2g\sin\theta}{d}}$

C．运动过程中绳子对 A 拉力的最大值为 $2mg\sin\theta$

D．运动过程中 B 所受摩擦力最小值为$mg\sin\theta$

【答案】AC

【难度】0.65

【知识点】有摩擦的倾斜转盘上的物体

【详解】A．当物块 A 转到最高点时，两根绳子拉力均为零，且 A、B 所受摩擦力均刚好等于最大静摩擦力；A 在最高点，由牛顿第二定律得

$\mu mg\cos\theta+mg\sin\theta=m\omega^2\cdot 3d$

B 在最低点，由牛顿第二定律得

$\mu mg\cos\theta-mg\sin\theta=m\omega^2 d$

联立解得

$$\mu=2\tan\theta,\ \omega=\sqrt{\frac{g\sin\theta}{d}}$$

故 A 正确，B 错误；

C．运动过程中，当 A 到最低点时，所需的拉力最大，设为T_{Amax}，由牛顿第二定律得

$T_{\text{Amax}}+\mu mg\cos\theta-mg\sin\theta=m\omega^2\cdot 3d$

解得

$T_{\text{Amax}}=2mg\sin\theta$

故 C 正确；

D．运动过程中，当 B 到最高点时，由于

$F_{向}=m\omega^2 d=mg\sin\theta$

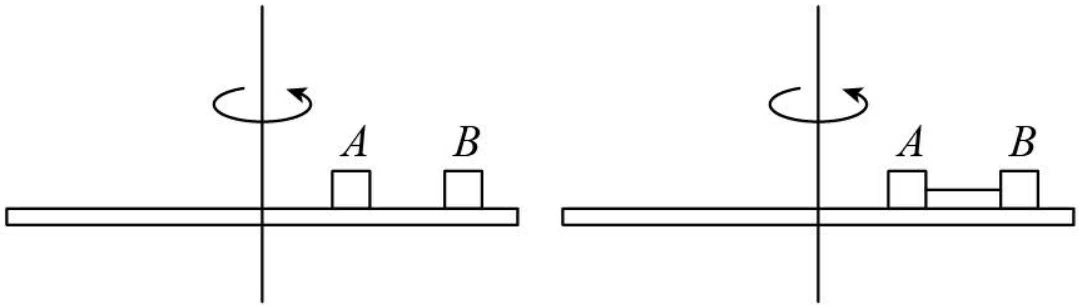
可知 B 的重力分力刚好提供所需的向心力，所以 B 所受摩擦力最小值为 0。故 D 错误。

故选 AC。

9．如图甲所示，质量均为m的物块 A、B 放在水平圆盘上，它们到转轴的距离分别为r、$2r$，圆盘做匀速圆周运动。当转动的角速度为ω_0时，其中一个物块刚好要滑动，不计圆盘和中心轴的质量，不计物块的大小，两物块与圆盘间的动摩擦因数相同，重力加速度大小为g，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，求：

（1）物块与圆盘间的动摩擦因数；

（2）如图乙所示，用水平细线将 A、B 两物块连接，细线刚好拉直，圆盘由静止开始逐渐增大转动的角速度，当转动的角速度为多少时两物块刚好要滑动？



甲　　　　乙

【答案】（1）$\frac{2\omega_0^2 r}{g}$；（2）$\frac{2\sqrt{3}}{3}\omega_0$

【难度】0.65

【知识点】水平转盘上的物体

【详解】（1）A、B 具有相同的角速度，由

$F = m\omega^2 r$

可知，物块离转轴的距离越大，所需的向心力越大，而两物块与圆盘间的最大静摩擦力相等，所以 B 更容易相对圆盘滑动；因此当转动的角速度为ω_0时，其中一个物块刚好要滑动的是 B；根据牛顿第二定律有

$\mu mg = m\omega_0^2 \cdot 2r$

解得

$\mu = \frac{2\omega_0^2 r}{g}$

（2）当两物块刚好要滑动时，设转动的角速度为ω_1；对物块 B 根据牛顿第二定律有

$\mu mg + T = m\omega_1^2 \cdot 2r$

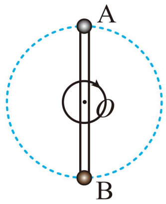
对物块 A 根据牛顿第二定律有

$\mu mg - T = m\omega_1^2 r$

联立解得

$$\omega_1=\sqrt{\frac{2\mu g}{3r}}=\sqrt{\frac{2\cdot\frac{2\omega_0^2 r}{g}g}{3r}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\omega_0$$

10．如图，轻杆长 $2l$，中点装在水平轴 O 上，两端分别固定着小球 A 和 B，A 球质量为 $2m$，B 球质量为 $3m$，重力加速度为 g，两者一起在竖直平面内绕 O 轴做圆周运动。



(1)若 A 球在最高点时，杆的 A 端恰好不受力，求此时 B 球的速度大小；

(2)若 B 球到最高点时的速度等于第（1）问中的速度，求此时 O 轴的受力大小、方向；

(3)在杆的转速逐渐变化的过程中，轻杆转到竖直位置时能否出现 O 轴不受力的情况？若不能，请说明理由；若能，求出此时 A、B 球的速度大小。

【答案】(1)$\sqrt{gl}$

(2)$4mg$、方向向下

(3)A、B 球的速度大小均为$\sqrt{5gl}$

【难度】0.65

【知识点】杆球类模型及其临界条件

【详解】（1）杆的 A 端恰好不受力，则对 A 分析可知 $2mg=2m\frac{v^2}{l}$

解得$v=\sqrt{gl}$

可知此时 B 球的速度大小$\sqrt{gl}$。

（2）若 B 球到最高点时的速度等于第（1）问中的速度，则 B 对杆的作用力仍为零；对 A：

$T-2mg=2m\frac{v^2}{l}$

解得 T=4mg

则此时 O 轴的受力大小 4mg、方向向下；

（3）要使 O 轴不受力，根据 B 的质量大于 A 的质量，可判断 B 球应在最高点。

对 B 有：$T_{OB}+3mg=3m\frac{v_1^2}{l}$

对 A 有$T_{OA}-2mg=2m\frac{v_1^2}{l}$

轴 O 不受力时 $T_{OA}=T_{OB}$

可得：$v_1=\sqrt{5gl}$

则 A、B 球的速度大小均为$\sqrt{5gl}$。